

Servotécnia Naval: Ejercicio práctico

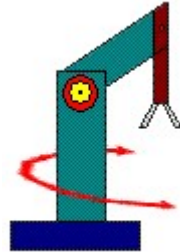
Control automático en lazo cerrado

Dpto. de Ingeniería en Automática, Electrónica, Arquitectura y
Redes de Computadores

Agustín J. Carmona Lorente

Ejercicio práctico de servotécnia

Realizar un estudio y análisis de un sistema de control automático en lazo cerrado, utilizando para ello los software Program CC y VisSim.



1.1 Elementos del sistema

a.- Proceso o planta a controlar: Articulación robótica con una dinámica lenta.

$G_p(s) = \frac{0.9(s+2)}{s(s^2+2s+5)} \left(\frac{\text{rad}}{\text{Nm}} \right)$	(P1)
---	------

b.- Actuador que proporciona el par de giro

$G_a(s) = \frac{1.5}{s+5} \left(\frac{\text{Nm}}{\text{v}} \right)$	(P2)
--	------

c.- Sensor/transductor

$G_m(s) = \frac{10}{3.14} \left(\frac{\text{vol}}{\text{rad}} \right)$	(P3)
---	------

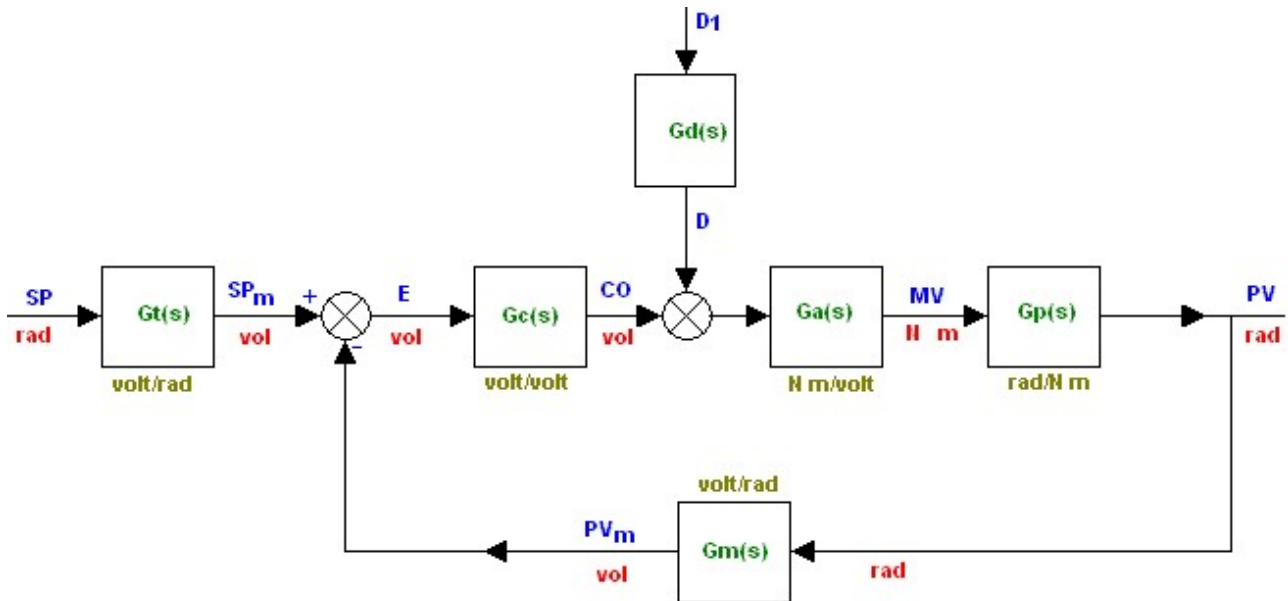
d.- Transductor de Set-point

$G_t(s) = \frac{10}{3.14} \left(\frac{\text{vol}}{\text{rad}} \right)$	(P4)
---	------

e.- Controlador tipo proporcional

$G_c(s) = Kp \left(\frac{\text{vol}}{\text{vol}} \right)$	(P5)
--	------

1.2 Diagrama de Bloques



1.3 Variables y unidades

SP	Señal de entrada	rad
SP_m	Señal de entrada medida	volt
E	Señal de error $E = SP_m - PV_m$	volt
CO	Señal controlada	volt
MV	Señal manipulada	N.m
PV	Variable controlada	rad
PV_m	Variable controlada medida	volt

Al ser un sistema de control para una articulación robótica, o sea, pretendemos posicionar la articulación en un punto determinado, (sistema de posicionamiento) los valores nominales serán:

- SP = depende del giro que queramos dar. Señal de escalón $U(s) = \frac{M}{s}$
- CO = 0 volt, una vez que el sistema haya girado
- PV = **x** rad, dependiendo del lugar donde haya quedado

1.4 Relación Entrada/Salida, Perturbación/Salida

a.- Entrada/salida para un valor de $K_p=2$

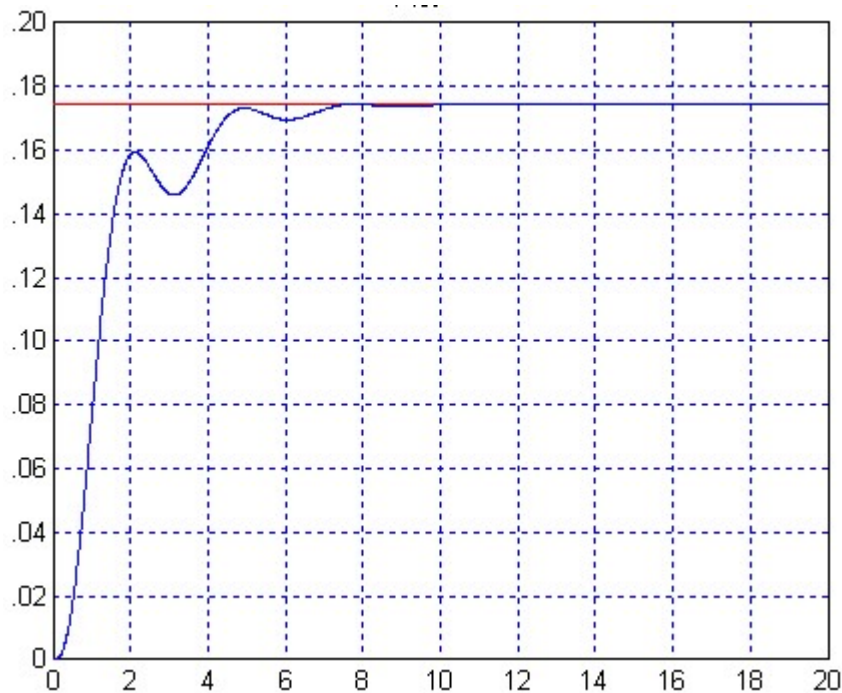
$G_{PV,SP}(s) = \frac{Gt(s) \cdot Gc(s) \cdot Ga(s) \cdot Gp(s)}{1 + Gc(s) \cdot Ga(s) \cdot Gp(s) \cdot Gm(s)} \quad (\text{rad})$	(P6)
$G_{PV,SP}(s) = \frac{8'598726 \cdot s + 17'19745}{s^4 + .7s^3 + 15 \cdot s^2 + 33'59872 \cdot s + 17'19745} \left(\frac{\text{rad}}{\text{rad}} \right)$	(P7)

b.- Perturbación/salida para un valor de $K_p=2$

$G_{PV,d1}(s) = \frac{Gd(s) \cdot Ga(s) \cdot Gp(s)}{1 + Gc(s) \cdot Ga(s) \cdot Gp(s) \cdot Gm(s)} \quad (\text{rad})$	(P6)
$G_{PV,D1}(s) = \frac{0'675 \cdot s^2 + 4'05 \cdot s + 5'4}{s^5 + .7s^4 + 15 \cdot s^3 + 33'59872 \cdot s^2 + 17'19745 \cdot s}$	(P7)

Respuesta de $G_{PV,SP}(s)$ para una señal SP escalón de amplitud $m=10$ grad./

0.17 rad



1.5 Determinar $G(s)$, para un valor de $K_p=2$

$G(s) = G_m(s) \cdot G_p(s) \cdot G_a(s)$	(P8)
$G(s) = \frac{4'299363 \cdot s + 8'598726}{s^4 + 7 \cdot s^3 + 15 \cdot s^2 + 25 \cdot s}$	(P9)

1.6 Determinar la velocidad angular estacionaria

Para $s = 0$ Y $CO=1$ volt
$G_p(s) \cdot G_a(s) \cdot \frac{180}{\pi}$
$\left(0'9 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)\right) \cdot \left(\frac{1.5}{5}\right) \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right) = 6'19 \quad \left(\frac{\text{grad}/\text{seg}}{\text{volt}}\right)$

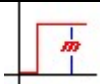
1.7 Función de transferencia en lazo abierto $G_{la}(s)$ para un valor de $K_p=2$

$G_{la}(s) = G_m(s) \cdot G_p(s) \cdot G_a(s) \cdot G_c(s)$	(P10)
$G_{la}(s) = \frac{8'598726 \cdot s + 17'19745}{s^4 + 7 \cdot s^3 + 15 \cdot s^2 + 25 \cdot s}$	(P11)

1.8 Función de transferencia en lazo cerrado $G_{y,r}(s)$ para un valor de $K_p=2$

$G_{y,r}(s) = \frac{G(s) \cdot G_c(s)}{1 + G_m(s) \cdot G_p(s) \cdot G_a(s) \cdot G_c(s)}$	(P112)
$G_{y,r}(s) = \frac{8'598726 \cdot s + 17'19745}{s^4 + 7s^3 + 15 \cdot s^2 + 33'59872 \cdot s + 17'19745} \quad \left(\frac{\text{volt}}{\text{volt}}\right)$	(P13)

1.8 Función de transferencia Señal de set-point en grados para un valor de $K_p=2$

Tipo de señal escalón (10 grad) $U(s) = \frac{M}{s}$	
$sp_{grad}(s) = \frac{10}{s}$	(P14)

1.8 Función de transferencia Señal de set-point en radianes para un valor de $K_p=2$

$SP(s) = \left(\frac{SP_{grad}(s)}{180} \right) \cdot \pi$	(P14)
$SP(s) = \frac{0'1745329}{s}$	(P15)

1.9 Función de transferencia Señal de set-point medido SP_m para un valor de $K_p=2$

$R(s) = SP(s) \cdot Gt(s)$	(P16)
$R(s) = \frac{0'5558373}{s}$	(P17)

1.10 Función de transferencia de la respuesta para un valor de $K_p=2$

$Y(s) = Gyr(s) \cdot R(s)$	(P18)
$Y(s) = \frac{4'779493 \cdot s + 9'558986}{s^5 + .7s^4 + 15 \cdot s^3 + 33'59872 \cdot s^2 + 17'19745 \cdot s}$	(P19)
$PV(s) = G_{pv,sp}(s) \cdot SP(s)$	(P20)
$PV(s) = \frac{1'50076 \cdot s + 3'001522}{s^5 + .7s^4 + 15 \cdot s^3 + 33'59872 \cdot s^2 + 17'19745 \cdot s}$	(P21)

1.11 Forma Factorizada de $G_{y,r}(s)$

$G_{y,r}(s) = \frac{8'598726 \cdot (s + 2)}{(s + 0'6478023) \cdot [(s + 0'5551984)^2 + 2'180896^2] \cdot (s + 5'241801)}$	(P22)
---	-------

Determinación de la estabilidad del sistema

$$\text{Polos} \begin{cases} -0'6478023 \\ -0'5551984 \pm 2.180896j \\ -5'241801 \end{cases}$$

El sistema es asintóticamente estable, ya que las soluciones reales de su ecuación característica son todas negativas

1.11 Descomposición en fracciones simples de $G_{y,r}(s)$

$G_{y,r}(s) = 1 + \frac{0'2270828}{(s + 5'241801)} - \frac{0'7582499 \cdot s - 0'6924557}{[(s + 0'5551984)^2 + 2'180896^2]} + \frac{0'5311671}{(s + 0'6478023)}$	(P23)

1.12 Algoritmo de Routh

Utilizando la sentencia *Routh,G* en Program CC, se determinará el rango límite para K_p .

$$0 > K_p < 6'540751$$

1.13 Respuesta temporal

$$Y(t) = \begin{cases} 0'5558373 - 2'407972 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-5'2418t} - 0'2257745 \cdot \sin(2'180896 \cdot t + 0'34331181) \cdot e^{-0'5551984t} \\ \quad - 0'4557602 \cdot e^{-0'6478023t} \\ 0 \rightarrow t < 0 \end{cases}$$

1.13 Respuesta temporal con una señal tipo rampa

$$r(t) = 0.5/t \quad (\text{volt})$$

$R_2(s) = \frac{0.5}{s^2}$	(P24a)
$Y_2(s) = Gyr(s) \cdot R_2(s)$	(P24b)
$Y_2(s) = \frac{4'299363 \cdot s + 8'598726}{s^6 + .7s^5 + 15 \cdot s^4 + 33'59872 \cdot s^3 + 17'19745 \cdot s^2}$	(P25)

1.13 Respuesta temporal con una señal tipo parábola

$$r(t) = 0.25/t^2 \quad (\text{volt})$$

$R_2(s) = \frac{0.5}{s^3}$	(P26a)
$Y_3(s) = Gyr(s) \cdot R_3(s)$	(P26b)
$Y_3(s) = \frac{4'299363 \cdot s + 8'598726}{s^7 + .7s^6 + 15 \cdot s^5 + 33'59872 \cdot s^4 + 17'19745 \cdot s^3}$	(P27)

1.13 Respuesta a una perturbación

Sin cambio de set-point $r(t)=0$ volt; $d(t) = 2 \cdot e^{(-0.5 \cdot t)}$ (volt)

$D(s) = \frac{2}{s + 0.5}$	(P28)
$Gyd(s) = \frac{Ga(s) \cdot GP(s) \cdot Gm(s)}{1 + Gc(s) \cdot Ga(s) \cdot Gp(s) \cdot Gm(s)}$	(P29)
$Gyd(s) = \frac{4'299363 \cdot s + 8'598726}{s^4 + .7s^3 + 15 \cdot s^2 + 33'59872 \cdot s + 17'19745}$	(P30)

$Yd(s) = Gyd(s) \cdot D(s)$	(P31)
$Yd(s) = \frac{8'598726s + 17'19745}{s^5 + 7'5s^4 + 18'5s^3 + 41'09872s^2 + 33'99681s + 8'598726}$	(P32)

Con cambio de set-point $r(t)=0'5$ volt; $d(t) = 2 \cdot e^{(-0'5 \cdot t)}$ (volt)

$R(s) = \frac{0.5}{s}$	(P31)
$Yyrd(s) = Gyd(s) \cdot D(s) + Gyr(s) \cdot R(s)$	(P32)
$Yyrd(s) = \frac{12'89809 \cdot s^2 + 27'94586 \cdot s + 4'299363}{s^6 + 7'5s^5 + 18'5s^4 + 41'09872s^3 + 33'99681s^2 + 8'598726 \cdot s}$	(P33)

Tipo de señal escalón (10 grad)	$U(s) = \frac{M}{s}$	
	$sp_{grad}(s) = \frac{10}{s}$	
	$SP(s) = \left(\frac{SP_{grad}(s)}{180} \right) \cdot \pi$	
	$SP(s) = \frac{0'1745329}{s}$)

Función de transferencia Señal de set-point medido SP_m

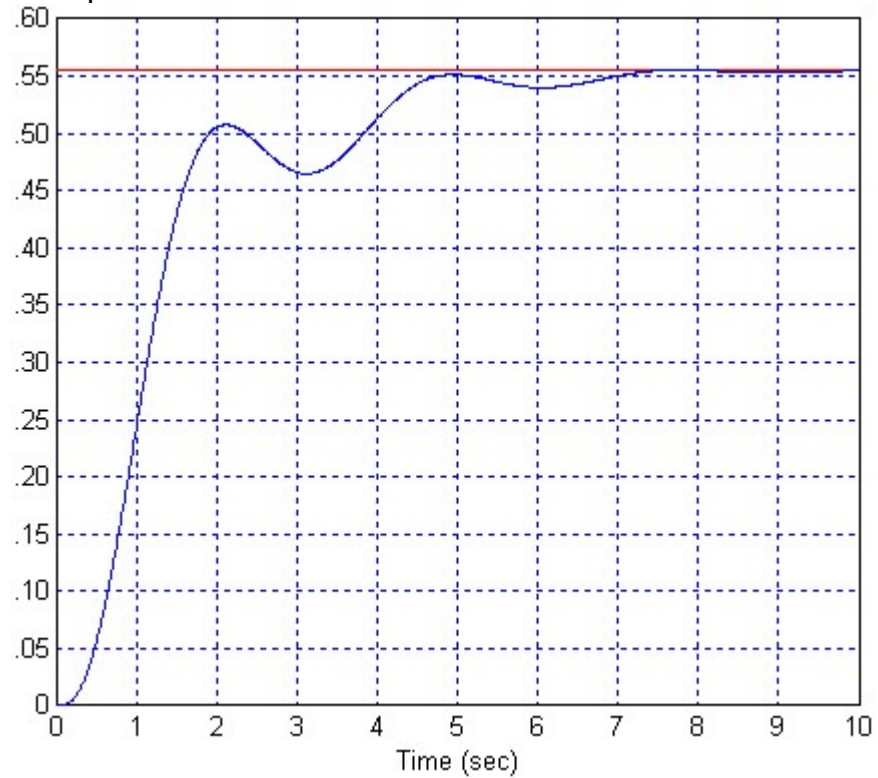
$R(s) = SP(s) \cdot Gt(s)$	(P16)
$R(s) = \frac{0'5558373}{s}$	(P17)

Función de transferencia en lazo cerrado Gy,r(s) para un valor de Kp=2

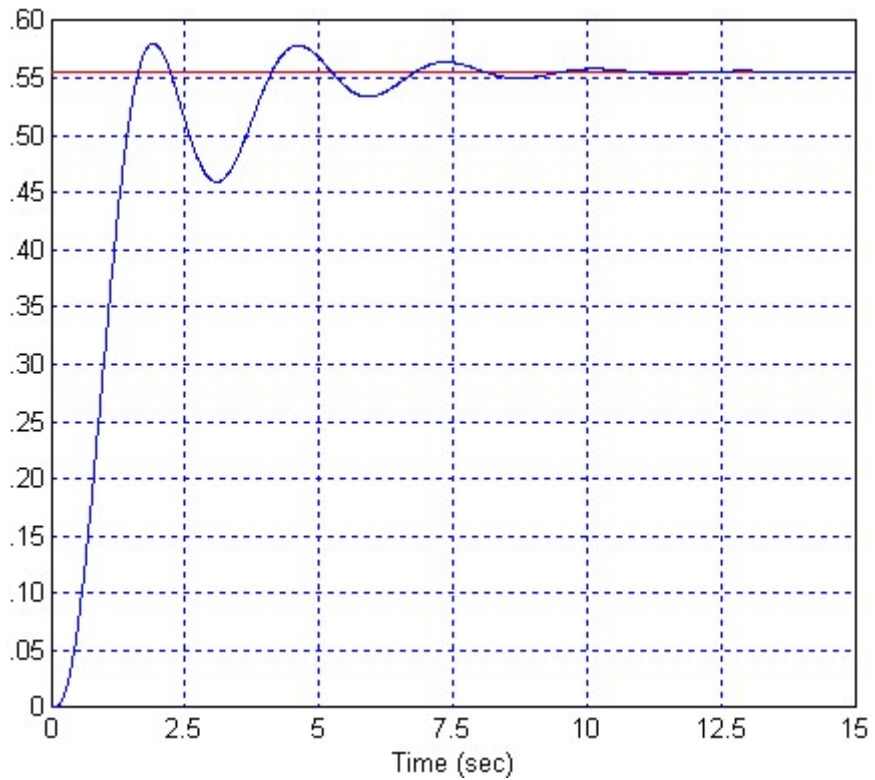
Para Kp=2	
$Gy,r(s) = \frac{8'598726 \cdot s + 17'19745}{s^4 + .7s^3 + 15 \cdot s^2 + 33'59872 \cdot s + 17'19745} \left(\frac{volt}{volt} \right)$	
Para Kp=2.6	
$Gy,r(s) = \frac{11'17834 \cdot s + 22'35669}{s^4 + .7s^3 + 15 \cdot s^2 + 36'17834 \cdot s + 22'35669} \left(\frac{volt}{volt} \right)$	
Para Kp=3	
$Gy,r(s) = \frac{12'89809 \cdot s + 25'79618}{s^4 + .7s^3 + 15 \cdot s^2 + 37'89809 \cdot s + 25'79618} \left(\frac{volt}{volt} \right)$	

Respuesta $Y(s)=R(s).Gyr(s)$

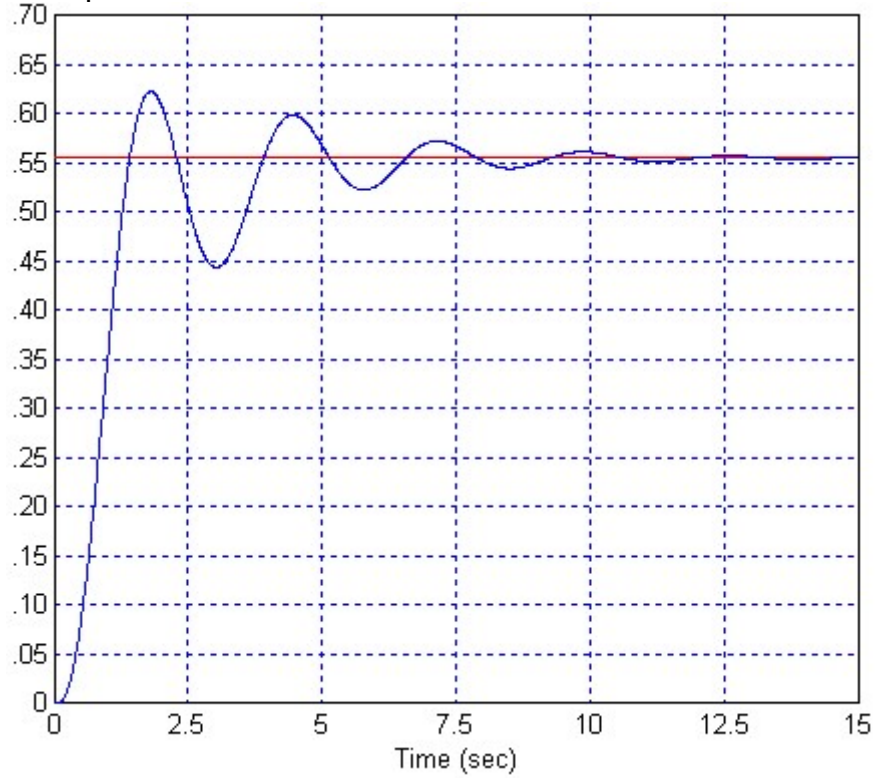
Para $K_p=2$



Para $K_p=2.6$



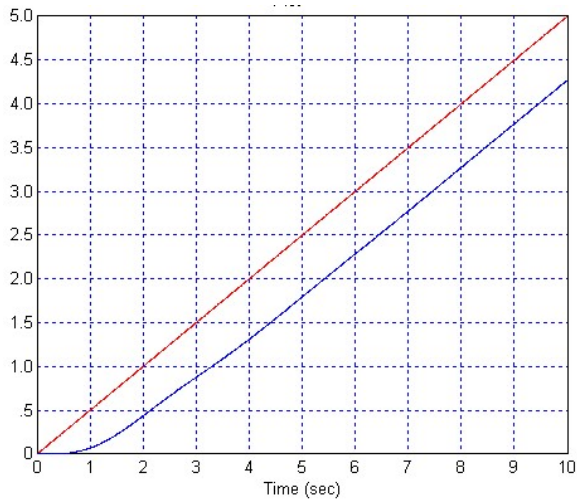
Para $K_p=3$



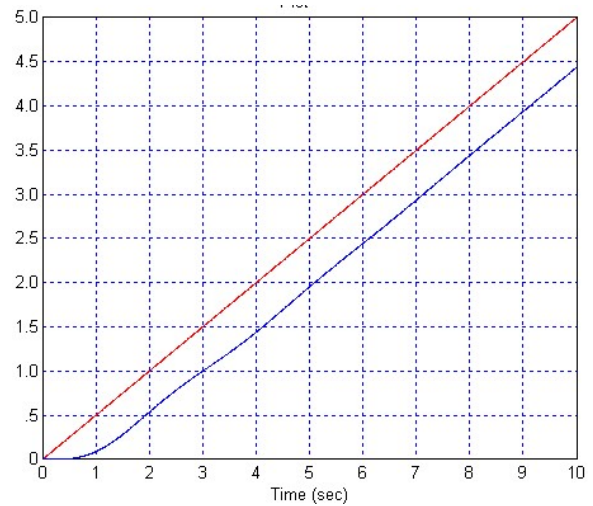
	KP=2	KP=2.6	Kp=3	
Tiempo de subida ts	1'8702	1'4126	1'2693	seg
Tiempo de pico	0	1'8889	1'7936	seg
Sobreimpulso	0%	4'509%	12'09%	%
Tiempo de establecimiento tr	6'60	6'433	7'576	seg
Valor estacionario	0'555	0'555	0'555	
e_{estp}	$K_{estp} = \infty$ 0	$K_{estp} = \infty$ 0	$K_{estp} = \infty$ 0	

Entrada tipo rampa $r(t) = 0.5/t$ (volt)

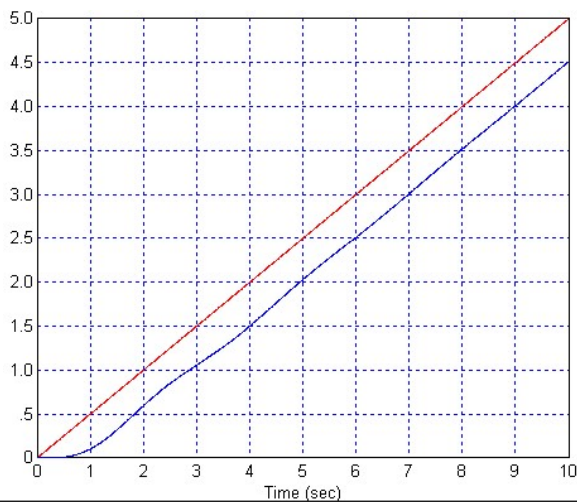
Para $K_p=2$



Para $K_p=2.6$



Para $K_p=3$



$$K_{estv} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_c(s) \cdot G(s)$$

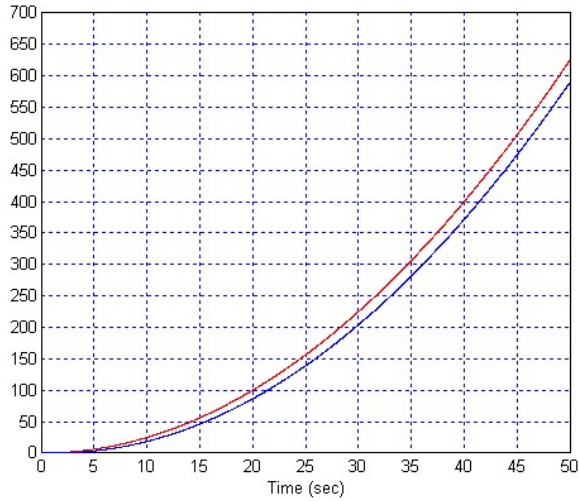
$$K_{estv} = 0$$

$$E_{estv} = \frac{M}{K_{estv}}$$

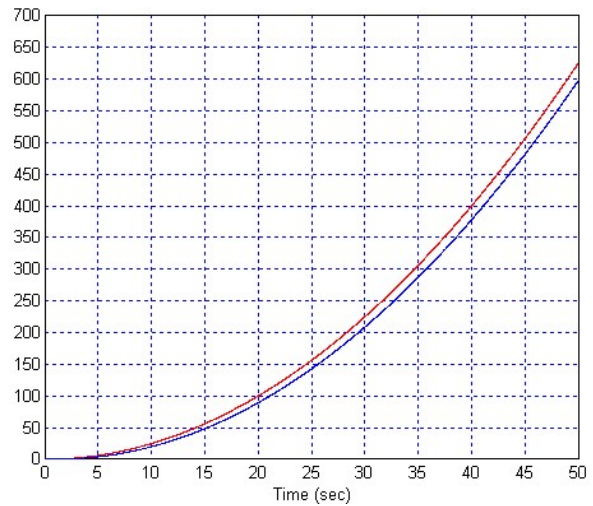
$$E_{estv} = \infty$$

Entrada tipo parabola $r(t) = 0'25/t^2$ (volt)

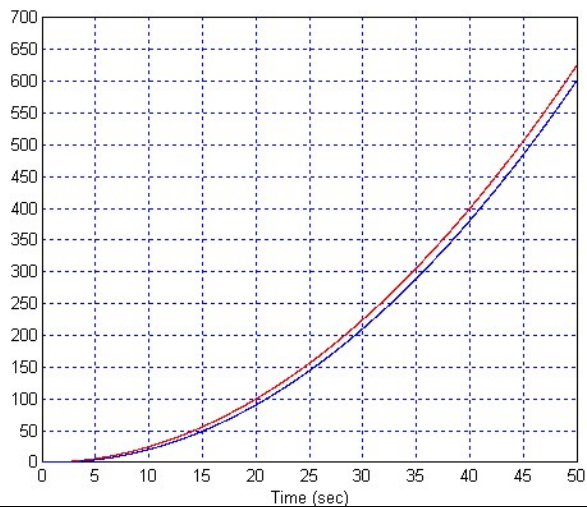
Para $K_p=2$



Para $K_p=2'6$



Para $K_p=3$



$$K_{estv} = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \cdot G_c(s) \cdot G(s)$$

$$K_{esta} = 0$$

$$E_{esta} = \frac{M}{K_{esta}}$$

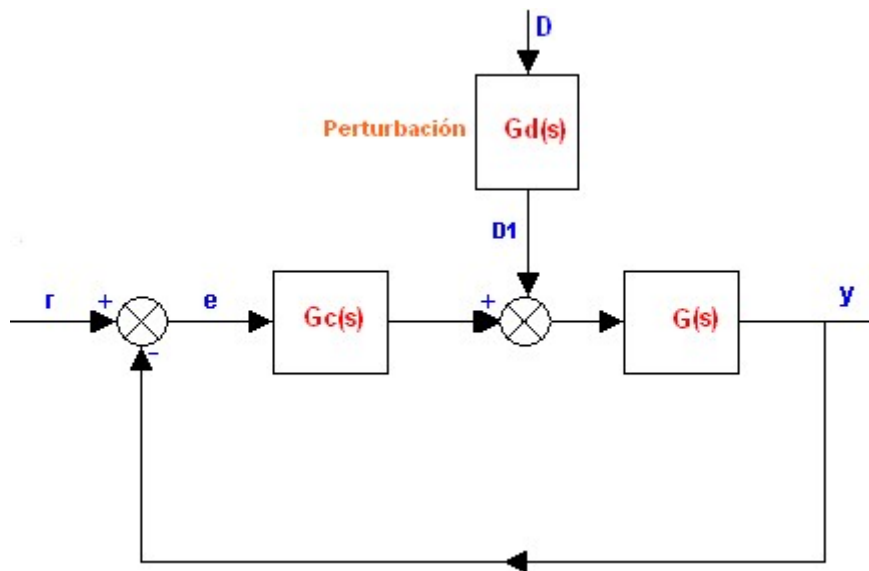
$$E_{estv} = \infty$$

Respuesta del sistema ante una perturbación

Perturbación tipo exponencial $d(t) = 2 \cdot e^{(-0.5t)}$

Función de transferencia $G_d(s)$

$G_d(s) = \frac{2}{s + 0.5}$	(P18)
------------------------------	-------

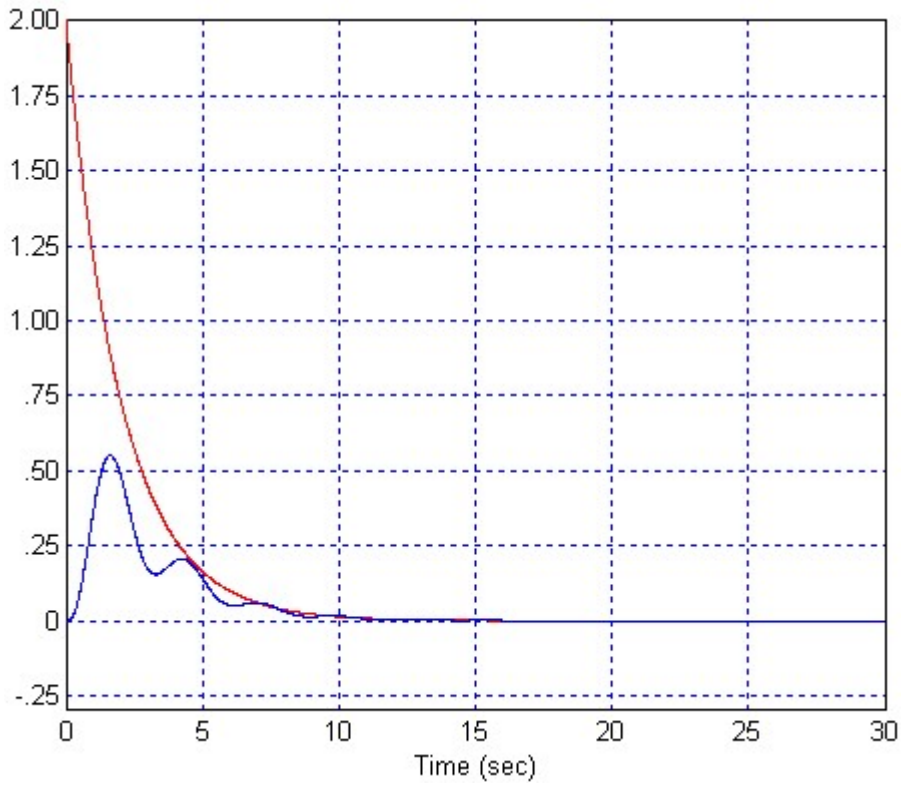


Donde:

Para una señal de set-point $SP=0$

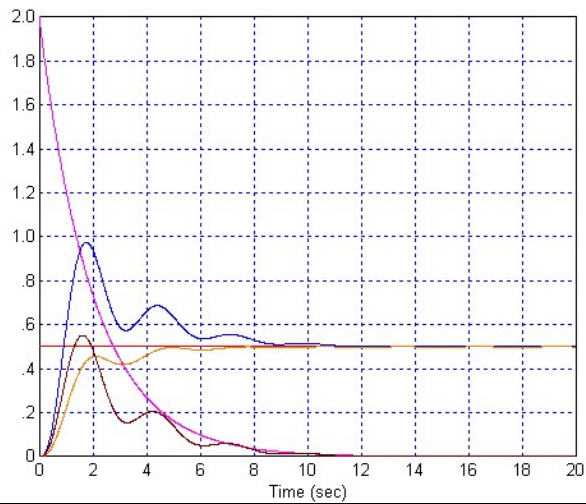
$G_yd(s) = \frac{G_a(s) \cdot G_p(s) \cdot G_m(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_a(s) \cdot G_p(s) \cdot G_m(s)}$	(P19)
$G_yd(s) = \frac{4'2299363 \cdot s + 8'598726}{s^4 + 7 \cdot s^3 + 15 \cdot s^2 + 36'17834 \cdot s + 22'35669}$	

$Y(s) = G_y d(s) \cdot D(s)$	
------------------------------	--

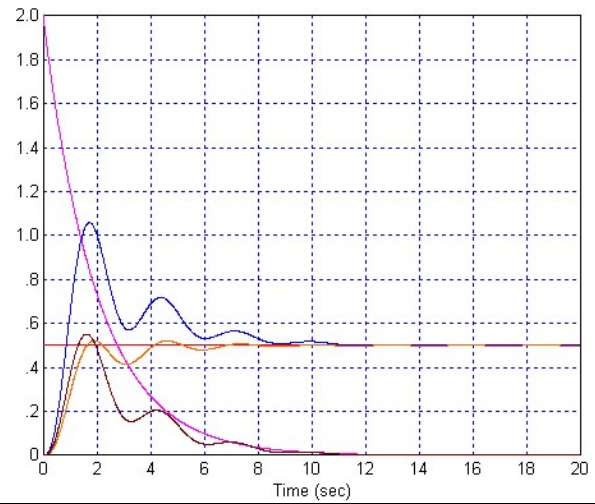


Para una señal de set-point $SP=0.5$ (volt) y una perturbación
 $y(s) = G_yd(s) \cdot d(s) + G_yr(s) \cdot R(s)$

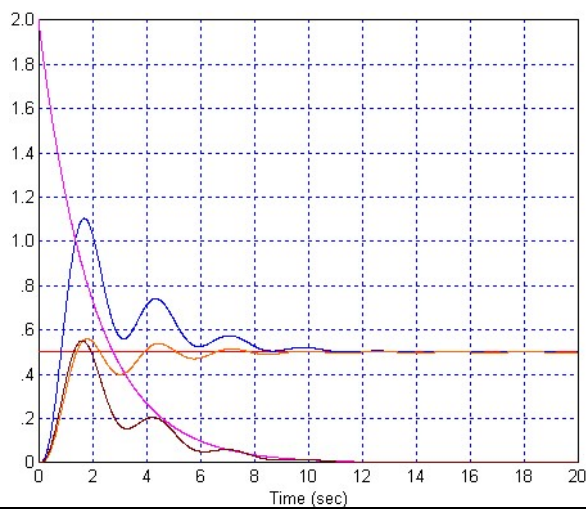
Para $K_p=2$



Para $K_p=2.6$



Para $K_p=3$



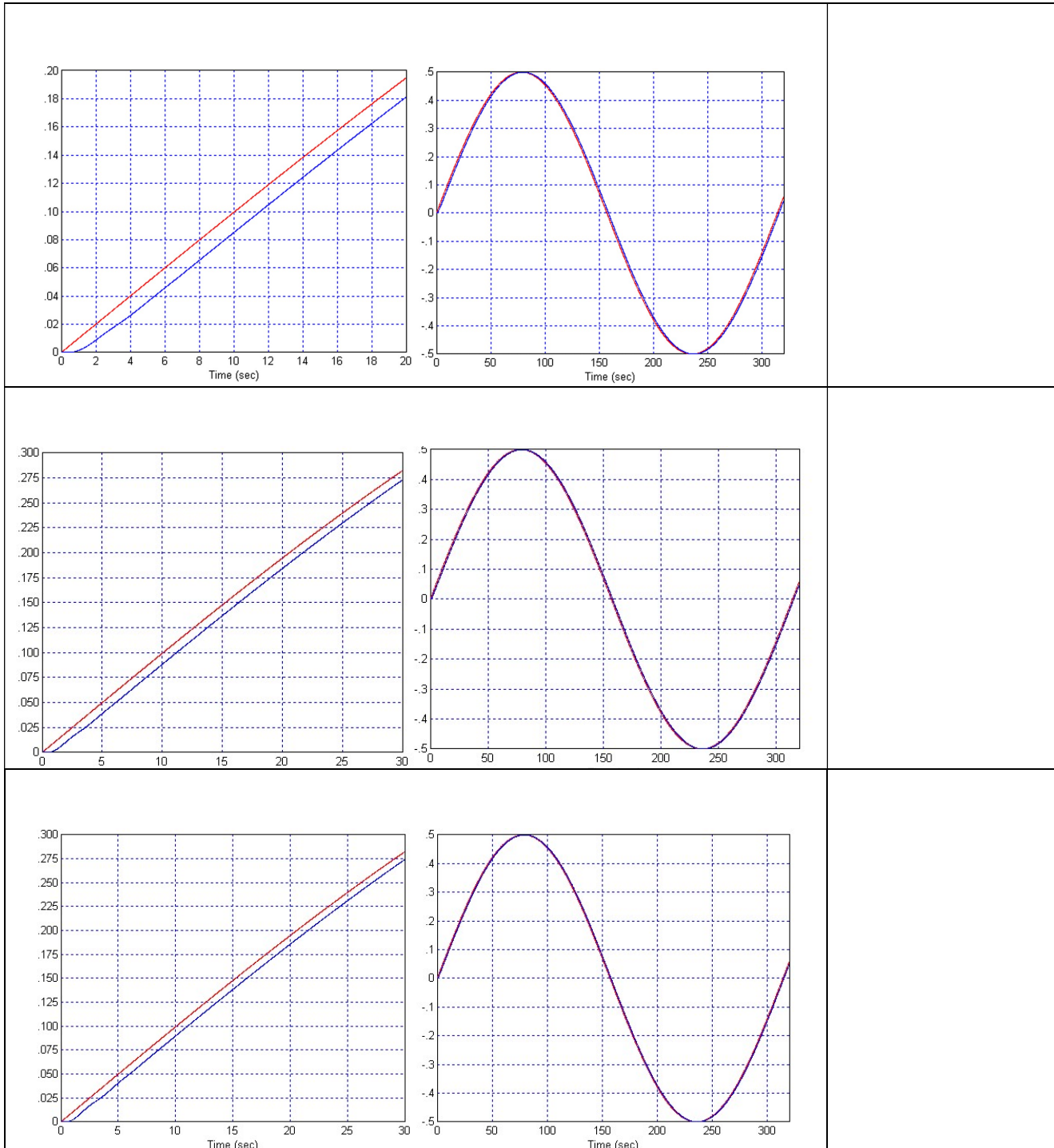
- SP
- $G_yd(s)$
- $G_yr(s)$
- $G_yd(s) \cdot D(s) + G_yr(s) \cdot R(s)$
- $D(s)$

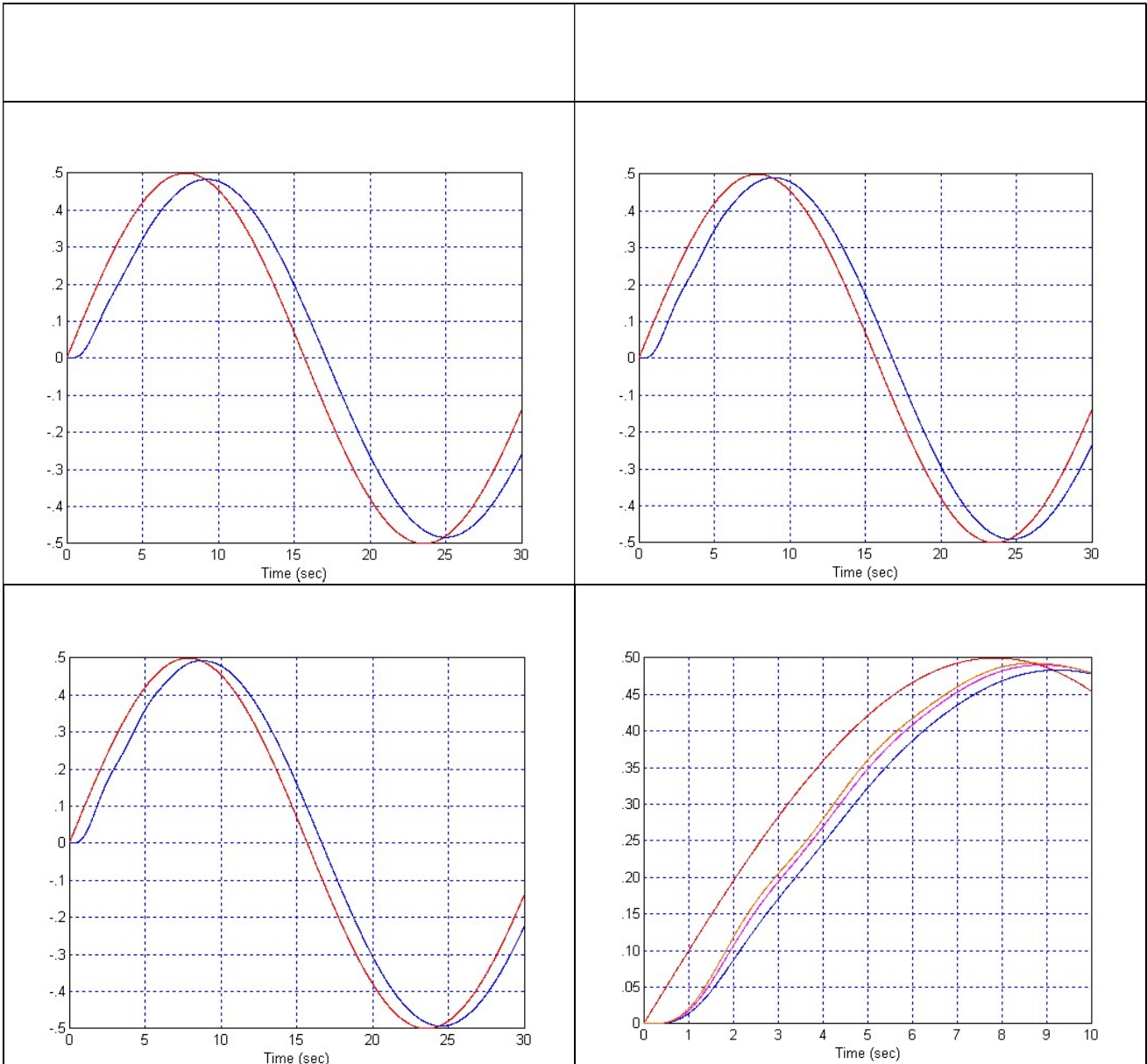
Análisis de la respuesta temporal frente a una señal senoidal

Amplitud $A=0.5$

Frecuencia a.- $\omega=0.02$ rad/seg

b.- $\omega=0.2$ rad/seg





Respuesta en frecuencia del sistema

